



# Servisná robotika



## Kinematika (kĺbové štruktúry)

Marian.Mach@tuke.sk  
<http://neuron.tuke.sk/~machm>

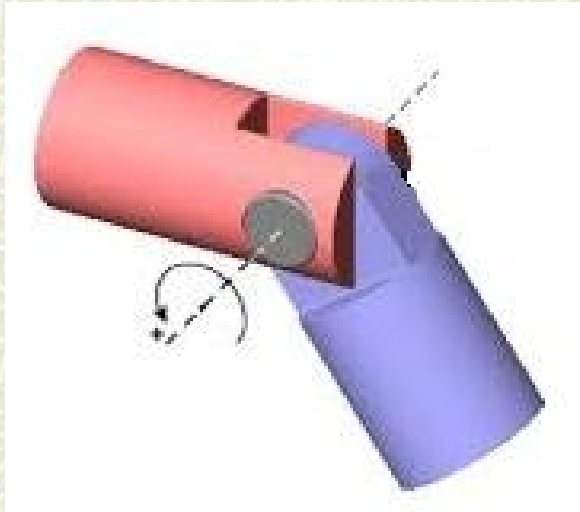
Január, 2017

# Kinematika kĺbov

- Kĺb – spojenie dvoch článkov
  - ohraničenie ich relatívneho pohybu
- Idealizácia – tuhosť a geometria článkov, kontakt
- Typy kĺbov
  - jednoduchý kĺb: „lower pair“, „higher pair“
  - zložený kĺb
  - 6-DOF kĺb
- Model kĺbu
  - rotačná matica, pozičný vektor, módy, ohraničenia

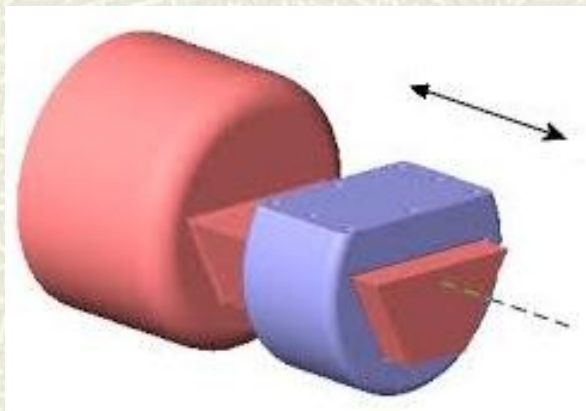


# Typy „lower pair“ kĺbov (1)



- rotačný kĺb

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

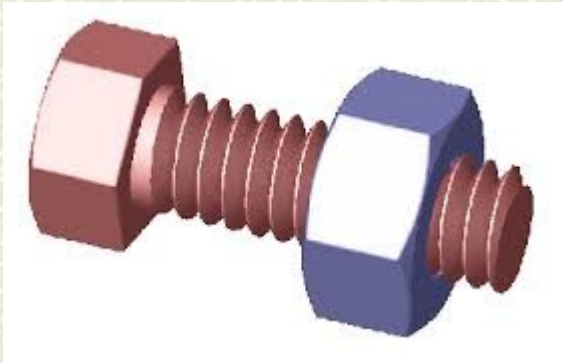


- posuvný kĺb

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

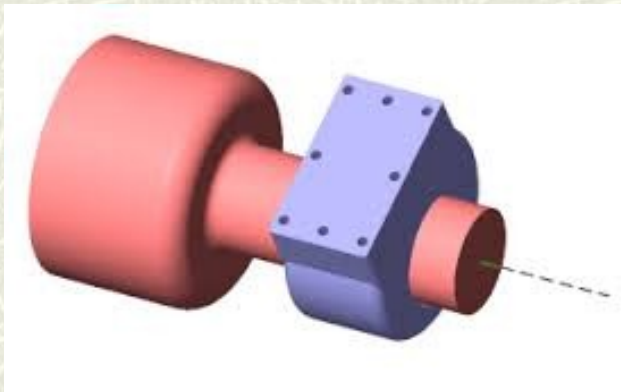
# Typy „lower pair“ kĺbov (2)

- helický kĺb



$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h\theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

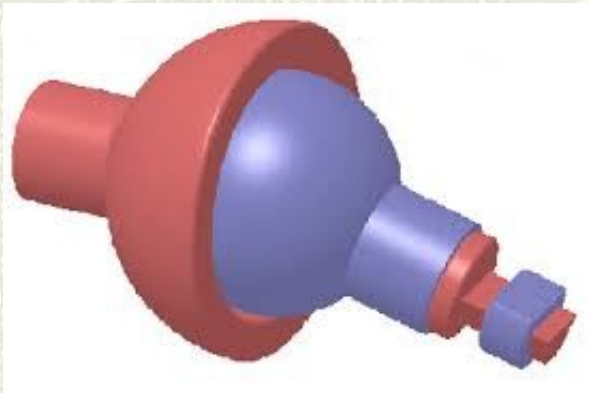
- cylindrický kĺb



$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Typy „lower pair“ kĺbov (3)

- sférický kĺb



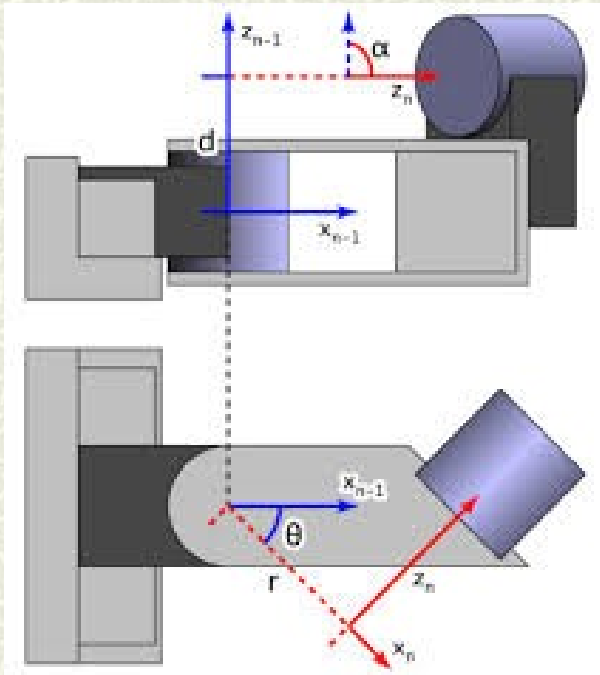
$$\begin{pmatrix} \text{?} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- planárny kĺb



$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & x \cos \theta - y \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & x \sin \theta + y \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Geometrická reprezentácia

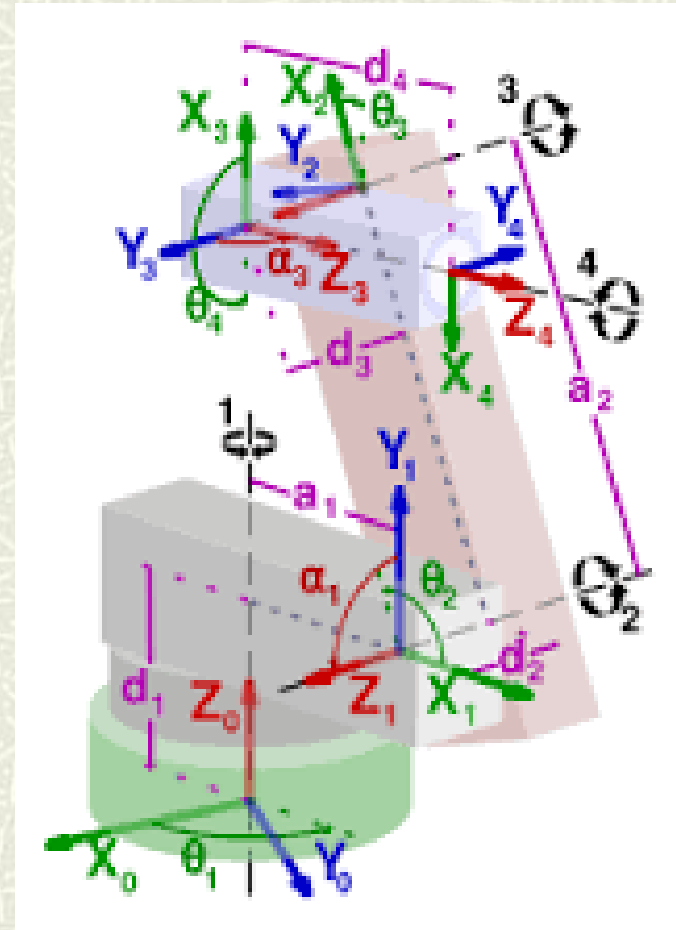
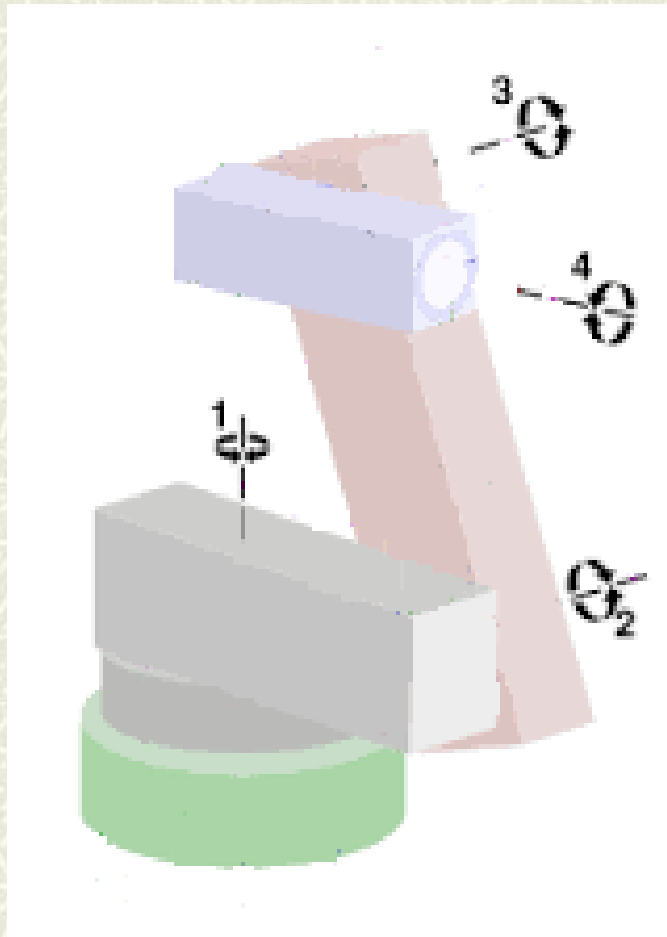


- Denavit-Hartenberg
- Priradenie rámcov
  - os Z, os X, počiatok, os Y
- Parametre
  - $d$ ,  $\theta$ ,  $r(a)$ ,  $\alpha$
- Transformácia

$${}^{i-1}T_i = T(d) R(\theta) T(r) R(\alpha)$$

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \cos \alpha & \sin \theta \sin \alpha & r \cos \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \cos \alpha & -\cos \theta \sin \alpha & r \sin \theta \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Geometrická reprezentácia - príklad



# Základné kinematické úlohy

- Priama kinematická úloha  $\mathbf{s} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})$ 
  - relatívna pozícia a orientácia koncového efektoru voči báze pri:

- hodnotách premenných kĺbov
- geometrii článkov

$${}^0\mathbf{T}_6 = {}^0\mathbf{T}_1 {}^1\mathbf{T}_2 {}^2\mathbf{T}_3 {}^3\mathbf{T}_4 {}^4\mathbf{T}_5 {}^5\mathbf{T}_6 =$$

$$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Inverzná kinematická úloha
  - hodnoty premenných kĺbov pri:

- relatívnej pozícii a orientácii efektora voči báze
- geometrii článkov

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{s})$$



# Riešenie inverznej kinematickej úlohy

- Analytické metódy

- algebraické  $C_1 \cos \theta + C_2 \sin \theta + C_3 = 0$

- geometrické *väzba na konkrétnu kinematickú štruktúru*

- symbolické eliminačné metódy

*neutrálne voči kinematickej štruktúre*

- Numerické metódy

- iteračné metódy

- aproximačné

- optimalizačné

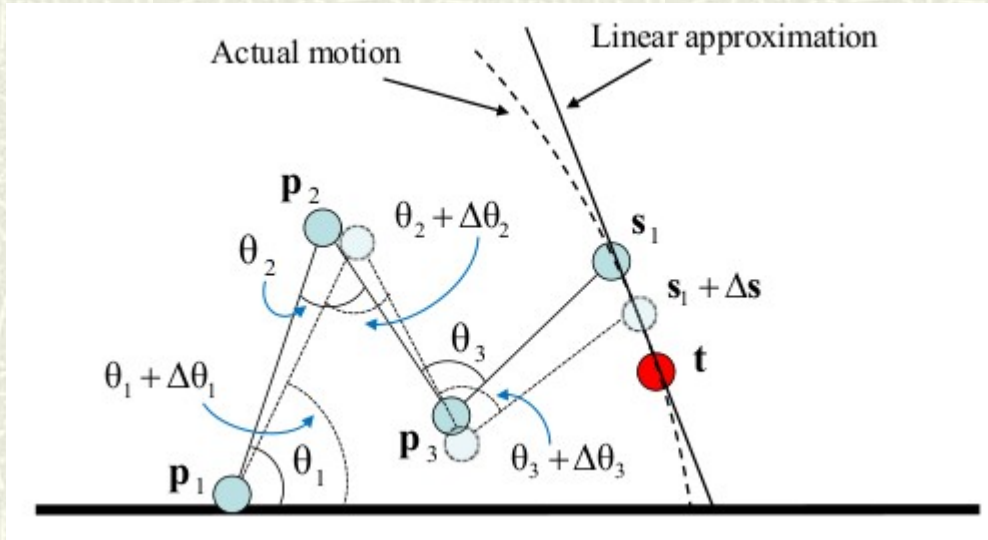
- heuristické

- stochastické

- neiteračné

- aproximačné

# Aproximačná IK metóda



- aproximácia

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \dot{\boldsymbol{\theta}}$$

$$\Delta \mathbf{s} \approx \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \Delta \boldsymbol{\theta}$$

- vyjadrenie IK

$$\Delta \boldsymbol{\theta} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^{-1} \Delta \mathbf{s}$$

- Jacobian Transpose

$$\Delta \boldsymbol{\theta} = \alpha \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^T \Delta \mathbf{s}$$

- Jacobian Pseudo-inverse

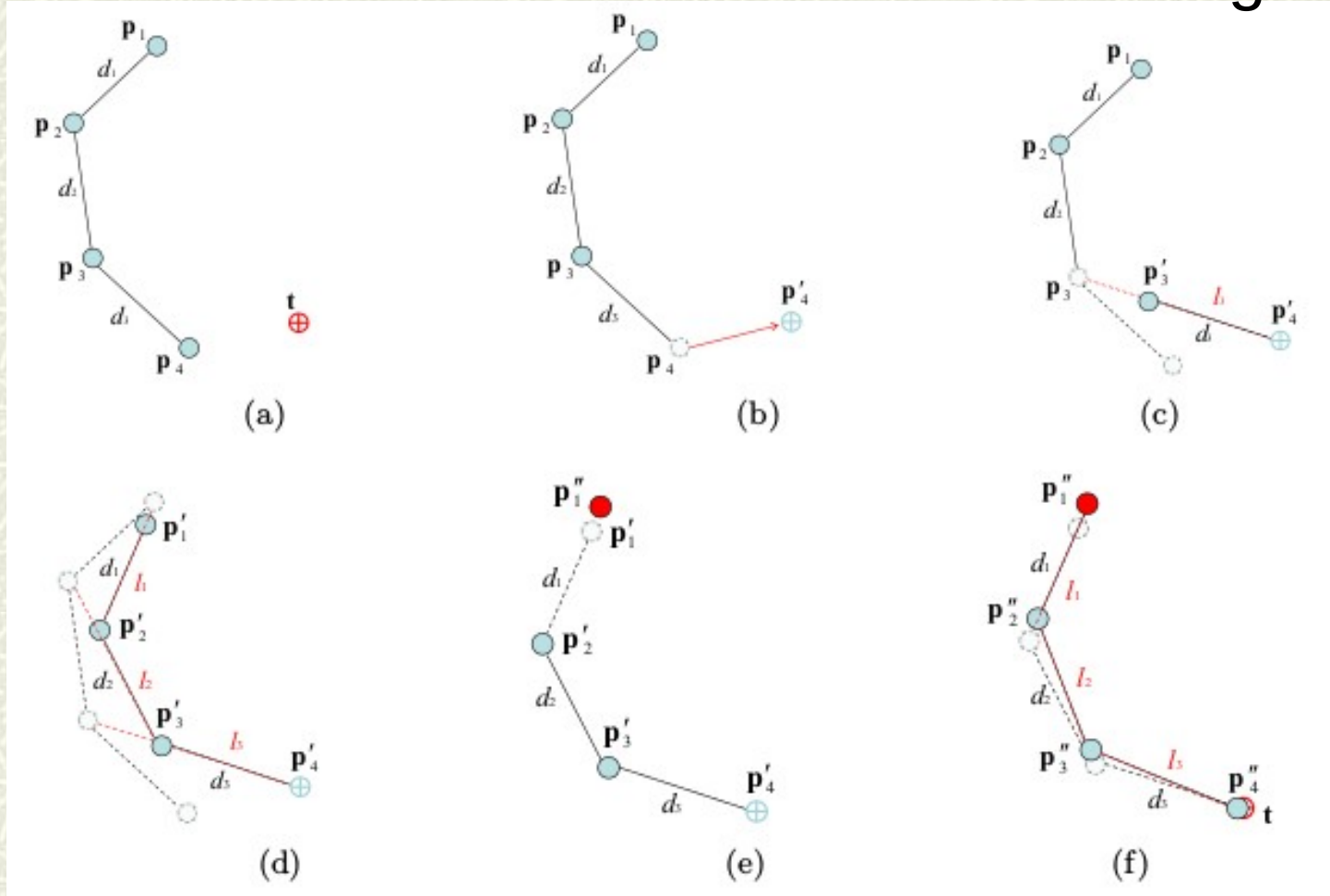
$$\Delta \boldsymbol{\theta} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})^\dagger \Delta \mathbf{s}$$

$$\mathbf{J}^\dagger = \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \quad \Bigg| \quad (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T$$

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})_{ij} = \left( \frac{\partial \mathbf{f}_i(\boldsymbol{\theta}_j)}{\partial \boldsymbol{\theta}_j} \right)$$

# Heuristická IK metóda

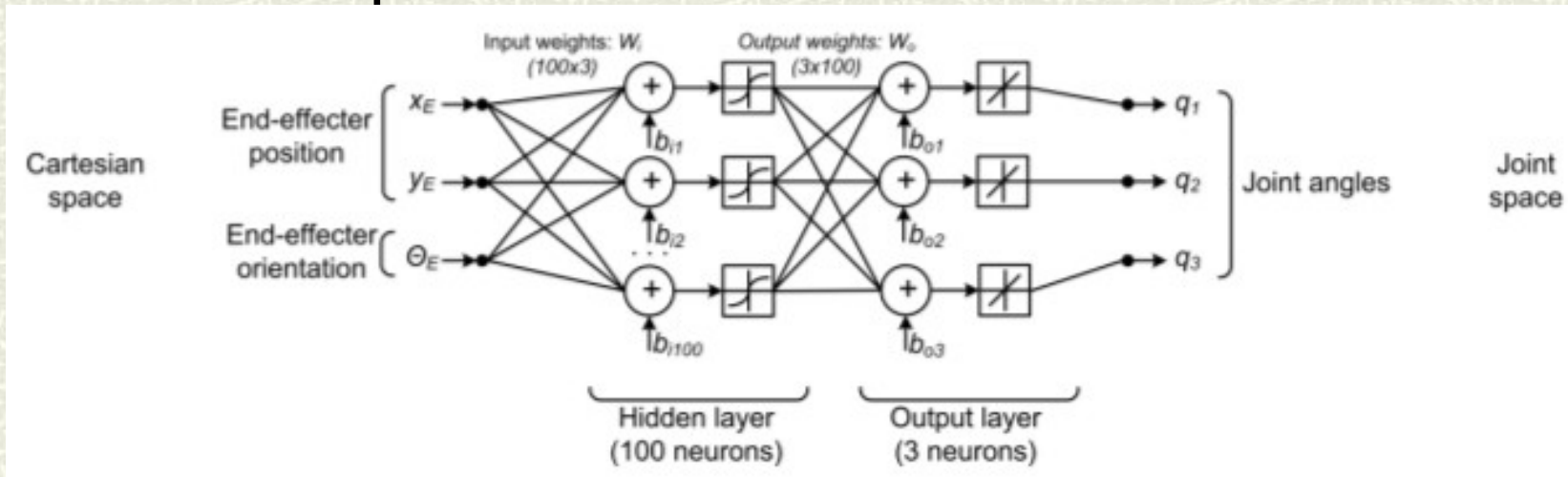
- FABRIK – Forward and Backward Reaching IK



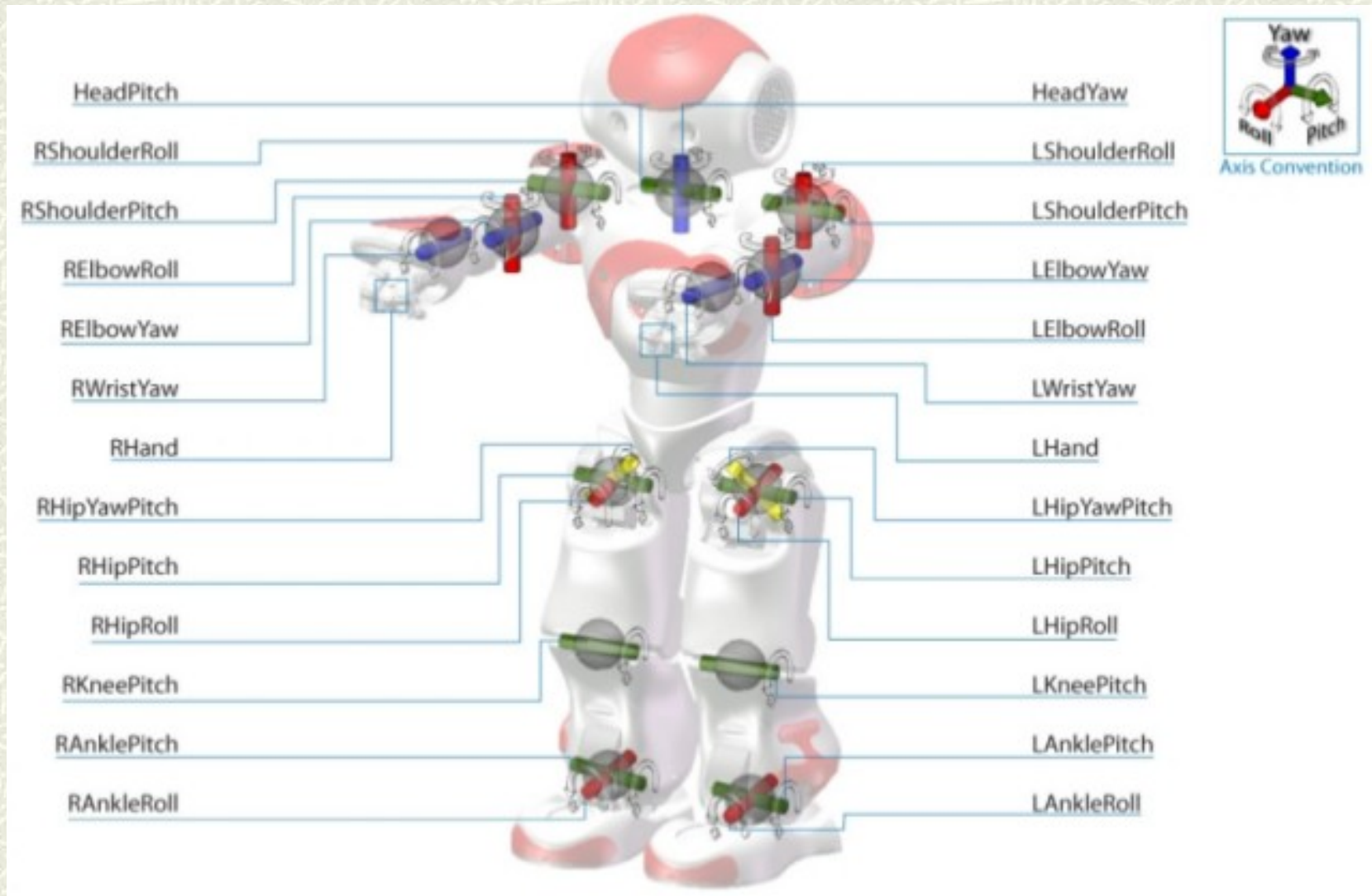
# Neiteračná aproximačná IK metóda

- Neurónová sieť = aproximácia inverznej  $f^{-1}$ 
  - voľba štruktúry
    - vstupné/výstupné neuróny
    - vnútorná štruktúra
  - voľba učiaceho algoritmu
  - získanie príkladov

$$\theta = f^{-1}(s)$$



# Nao a jeho kĺby



# Roboty s nohami

- Mobilita
  - státie, chôdza, beh, skok
- Noha = kinematický reťazec (# DOF)
- Konfigurácia nôh
  - počet: 1, 2, 3, 4 a 6, viac
  - spôsob chôdze



# Dvojnohé roboty



- Štruktúra
- Pohyb robota
  - fázy pohybu
  - stabilita
    - fixná pozícia
- Generovanie chôdze
  - zastavenie
  - neutrálna pozícia
- Výpočet trajektórie
  - offline a online