

Intelligentné rozhodovacie systémy



Heuristické prehľadávanie SP

Marian.Mach@tuke.sk

<http://people.tuke.sk/marian.mach>

Október, 2018

Best-first prehl'adavanie

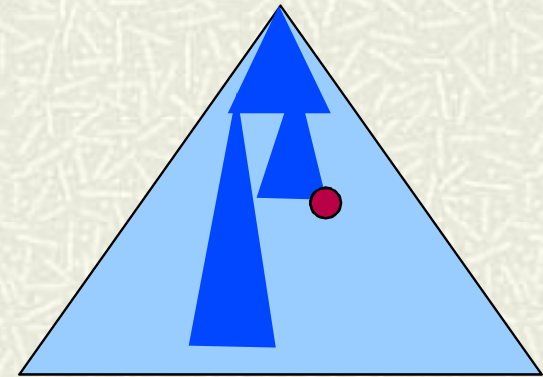
- 1 Počiatočný stav S transformuj na uzol [$stav=S$, $rodič=\emptyset$, $akcia=\emptyset$, $g=0$] a vlož do zoznamu OPEN
- 2 Ak je OPEN prázdny, riešenie neexistuje
- 3 Vyber z OPEN uzol X ktorého hodnota f je minimálna (ak viacero, tak vyber cieľový stav ak existuje, inak vyber náhodne) a zarad' do zoznamu CLOSE
- 4 Ak uzol X obsahuje cieľový stav, riešenie je nájdené (zostav ho podľa CLOSE)
- 5 Ak uzol X reprezentuje stav už zaradený v CLOSE, chod' na 2
- 6 Expanduj stav obsiahnutý v uzle X . Ak nemá potomkov, chod' na 2.
- 7 Každého potomka Y stavu v uzle X transformuj na uzol [$stav=Y$, $rodič=X$, $akcia=..$, $f=f(Y)$] a vlož do OPEN
- 8 Ak v OPEN je nejaký stav reprezentovaný viacerými uzlami, ponechaj iba ten s minimálnou hodnotou f
- 9 Chod' na 2

Tvary cenovej funkcie

- $f(X) = g(X)$ – cena prejdenej cesty od počiatočného stavu po dosiahnutie stavu X
→ uniform-cost search
- $f(X) = h(X)$ – cena zostávajúcej cesty od aktuálneho stavu po cieľový stav
→ greedy search
- $f(X) = g(X) + h(X)$ – cena cesty od počiatočného stavu po cieľový stav prechádzajúcej stavom X
→ A* search

Lačná stratégia

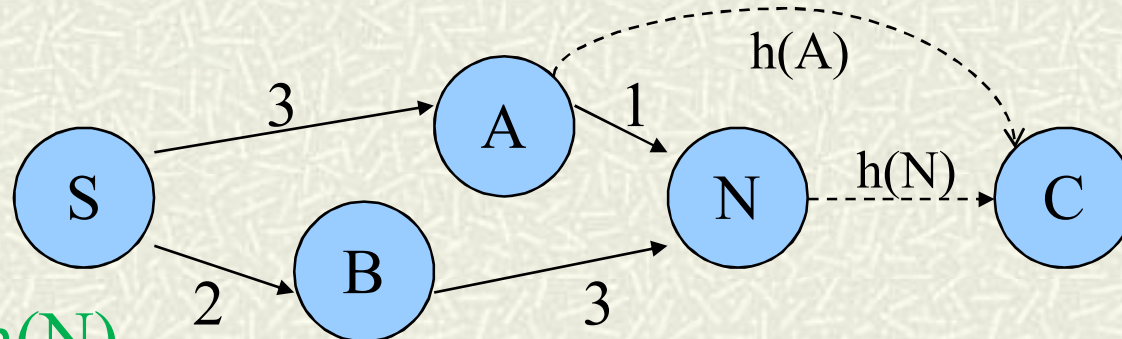
- Snaží sa expandovať uzol ktorý je najbližšie cieľu
- $h(X)$ je heuristická funkcia
 - Poskytuje odhad skutočnej (neznámej) vzdialenosti
 - Znalosť navyše k definícii problému → informovaná stratégia
- V každom kroku sa snaží dostať tak blízko cieľa ako to je len možné
 - Náchylné na falošné štarty
 - Pripomína depth-first (sleduje jednu cestu smerom k cieľu, ale vie preskočiť na inú cestu keď objaví slepý koniec)
- Výkon závisí od kvality heuristiky, ale vo všeobecnosti
 - nie je úplné (ak nekonečne dlho sleduje jednu cestu bez iných možností)
 - nie je optimálne
- Zložitosť (priestorová aj časová) je $O(b^m)$
 - kde b je faktor vetvenia a m je maximálna hĺbka stromu



Stratégia A*

- Kombinuje
 - cenu dosiahnutia uzla (optimálnosť)
 - odhad cesty od uzla k cieľu (približovanie k cieľu)
 - odhad dĺžky cesty prechádzajúcej daným uzlom
- Stratégia je úplná a optimálna ak
 - $f > 0$ a nenadhodnocuje skutočnú dĺžku cesty
 - Ak g je skutočná dĺžka (cena každej hrany je zdola ohraničená kladným číslom), tak h nesmie nadhodnocovať vzdialenosť k cieľu
 - vtedy h je *prípustná*

Prípustnosť heuristiky h

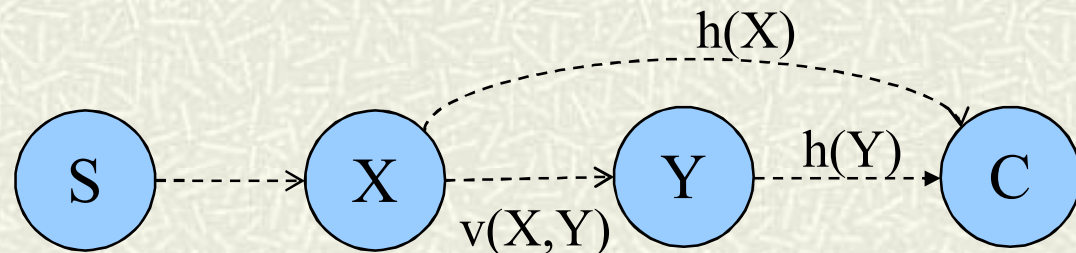


- $A : f(N_A) = 4 + h(N)$
- $B : f(N_B) = 5 + h(N)$

- Nájdenie optimálnej cesty vyžaduje, aby uzol A bol expandovaný pred uzlom N
 - Ak nie, tak sa expanduje verzia N nájdená cez B. K tomu by muselo platiť
$$g(N_B) + h(N) < g(A) + h(A)$$
$$h(A) > g(B) + c(B,N) - g(A) + h(N)$$
$$h(A) > c(A,N) + h(N)$$
 - h teda musí byť menšia alebo rovná skutočnej vzdialenosti k cieľu

Konzistentnosť heuristiky h

- **Konzistentnosť** – pre každý uzol X a každého jeho nasledovníka Y platí trojuholníková nerovnosť
$$h(X) \leq \text{vzdial}(X, Y) + h(Y)$$
 - Konzistentná funkcia je prípustná
- Ak h je konzistentná, tak cena f je pozdĺž každej cesty neklesajúca.



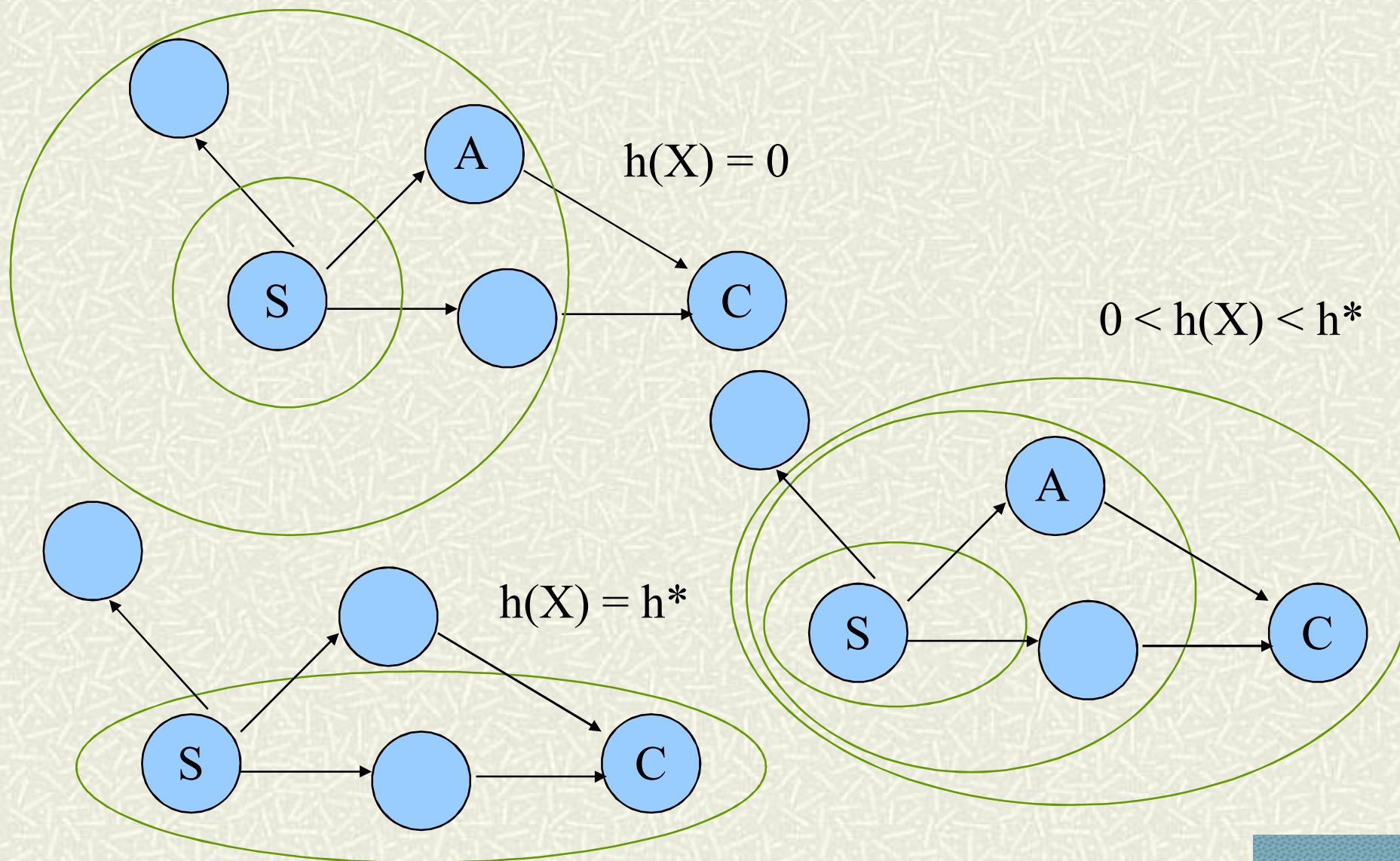
$$f(Y) = g(Y) + h(Y) = g(X) + \text{vzdial}(X, Y) + h(Y) \geq g(X) + h(X) = f(X)$$

→ štarovací uzol má vždy najmenšiu hodnotu cenovej funkcie f

Optimálnosť A*

- A* je optimálny pre každú prípustnú heuristiku
 - Expanduje všetky uzly X pre ktoré $f(X) < C^*$ kde C^* je cena optimálnej cesty
 - Nebude expandovať žiadny uzol Y pre ktorý $f(Y) > C^*$
 - Žiadny iný optimálny algoritmus nemôže expandovať menej uzlov
 - Pri vynechaní uzla s cenou $f(X) < C^*$ môže vynechať optimálne riešenie
 - Dochádza k prípadom
 - $g(X) + h(X) < C^* < g(X) + h^*(X)$
- optimálnosť voči použitej h

Kontúry v stavovom priestore



Zložitosť A*

- Od použitej heuristiky závisí, koľko bude expandovaných takých uzlov, ktoré síce nie sú súčasťou riešenia, ale pre ktoré $f(X) < C^*$
 - Čím je chyba heuristiky menšia (je bližšie skutočnej hodnote h^*), tým je tých uzlov menej
 - Tento počet
 - Exponenciálne rastie s cenou riešenia (väčšina heuristík v praktickom použití)
 - Rastie pomalšie ako exponenciálne ak
$$|h^*(x) - h(x)| \leq O(\log h^*(x))$$
 - Je nulový ak $h(x) = h^*(x)$
- Efektívny faktor vetvenia

Vytváranie heuristik

- *Kombinácia* prípustných heuristik (iba ak nie je medzi nimi vzťah dominantnosti)

$$h(X) = \max [h_1(X), \dots, h_n(X)]$$

- *Relaxovaný* problém má menej obmedzení ako pôvodný. Cena optimálneho riešenia relaxovaného je prípustnou heuristikou pôvodného (pôvodný je zložitejší, cena jeho riešenia je vyššia).
 - vhodné relaxy riešiteľné priamo bez prehl'adávania
 - ABSOLVER (heuristika pre Rubikovu kocku)
- Riešenie *subproblému* je dolným odhadom (treba vyriešiť subproblém a potom ešte doriešiť zvyšok)

Hra (n^2-1) - relaxácia



1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

- P: kocka môže z A na B ak A a B sú susedné a B je prázdne
- R1: kocka môže z A na B ak A a B sú susedné
 - h = suma vzdialeností kociek od ich cieľovej pozície (Manhattan distance)
- R2: kocka môže z A na B ak B je prázdne
- R3: kocka môže z A na B
 - h = počet zle položených kociek

Zvýšenie výkonnosti hľadania

- Snaha zvýšiť výkonnosť prehľadávania aj za cenu obety optimálneho riešenia
- Algoritmy
 - Použitie heuristiky h ktorá lepšie aproximuje h^* avšak nie je prípustná
 - A^*_ϵ - Vyber na expanziu uzol, ktorého f je maximálne $(1+\epsilon)$ násobkom najmenej hodnoty v zozname OPEN
 - Snahou je minimalizácia prehľadávacieho úsilia (kritériom napr. minimálna h hodnota)
 - Dynamické váženie

Dynamické váženie

- Cenová funkcia $f(X) = g(X) + w(X) * h(X)$; $w \geq 1$
- Na začiatku je dôležitejšie sa rýchlo niekam dostať (viac sa zohľadňuje vzdialenosť k cieľu), neskôr je dôležitejšie dostať sa k cieľu
 - Pri priblížení sa k cieľu by sa mala váha znižovať aby sa viac prejavovala skutočná cena
- Ak h je prípustná heuristika a použije sa tvar
$$g(X) + h(X) + \epsilon * (1 - \text{depth}(X)/N) * h(X)$$
tak cena nájdeného riešenia bude maximálne $(1 + \epsilon)$ násobkom ceny optimálneho riešenia