

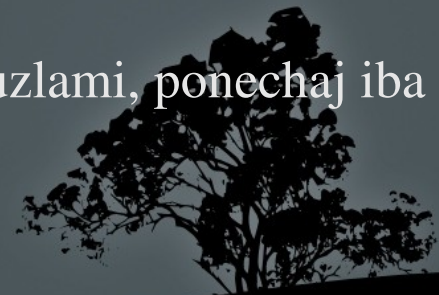
Symbolická umelá inteligencia

Prehľadávanie stavového priestoru



Best-first prehľadávanie

- 1 Počiatočný stav S transformuj na uzol $[stav=S, rodič=\emptyset, akcia=\emptyset, f(S)]$ a vlož do zoznamu OPEN
- 2 Ak je OPEN prázdny, riešenie neexistuje
- 3 Vyber z OPEN uzol X ktorého hodnota f je minimálna (ak viaceré, tak vyber cieľový stav ak existuje, inak vyber náhodne) a zarad' do zoznamu CLOSE
- 4 Ak uzol X obsahuje cieľový stav, riešenie je nájdené (zostav ho podľa OPEN)
- 5 Ak uzol X reprezentuje stav už zaradený v CLOSE, choď na 2
- 6 Expanduj stav obsiahnutý v uzle X . Ak nemá potomkov, choď na 2.
- 7 Každého potomka Y stavu v uzle X transformuj na uzol $[stav=Y, rodič=X, akcia=.., f(Y)]$ a vlož do OPEN
- 8 Ak v OPEN je nejaký stav reprezentovaný viacerými uzlami, ponechaj iba ten s minimálnou hodnotou f
- 9 Choď na 2



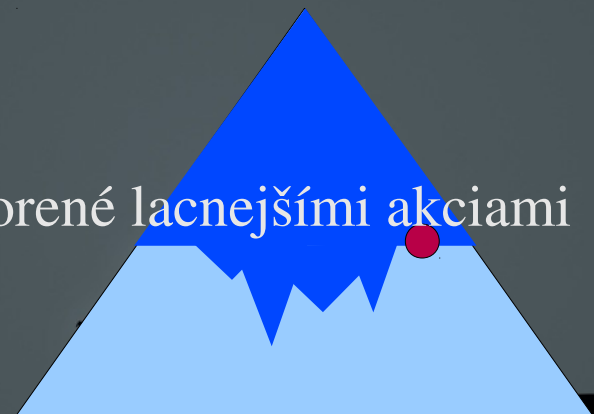
Tvary cenovej funkcie

- $f(X) = g(X)$ – cena prejdenej cesty od počiatočného stavu po dosiahnutie stavu X
 - uniform-cost search
- $f(X) = h(X)$ – cena zostávajúcej cesty od aktuálneho stavu po cieľový stav
 - greedy search
- $f(X) = g(X) + h(X)$ – cena cesty od počiatočného stavu po cieľový stav prechádzajúcej stavom X
 - A* search

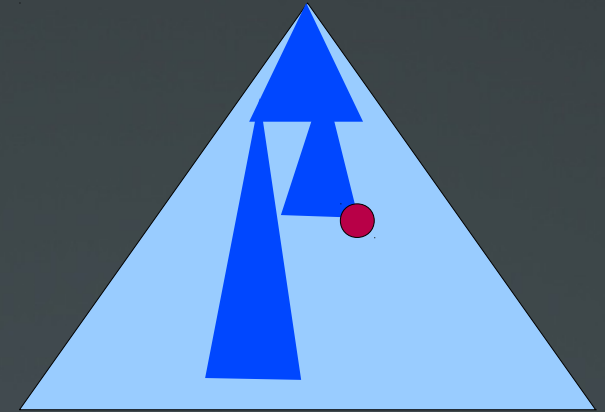


Stratégia uniformnej ceny

- $g(X') = g(X) + c(X, X')$
 - c je cena akcie meniacej stav X na X'
 - g je skutočná cena (je známa pretože prvý úsek cesty už bol prejdený, postupnosť stavov je známa) → neinformovaná stratégia
- Podmienka $c(X, X') \geq \epsilon > 0$ zaručuje
 - úplnosť stratégie
 - optimálnosť stratégie (cesta s najmenšou cenou)
- $c(X, X') = k \rightarrow g(X') = \text{hlbka}(X')$
 - hľadá cestu s najmenším počtom krokov
 - degraduje na breadth-first
- Má tendenciu najprv skúmať veľké podstromy tvorené lacnejšími akciami pred drahšími akciami
 - Zložitosť môže byť väčšia ako $O(b^d)$



Lačná stratégia



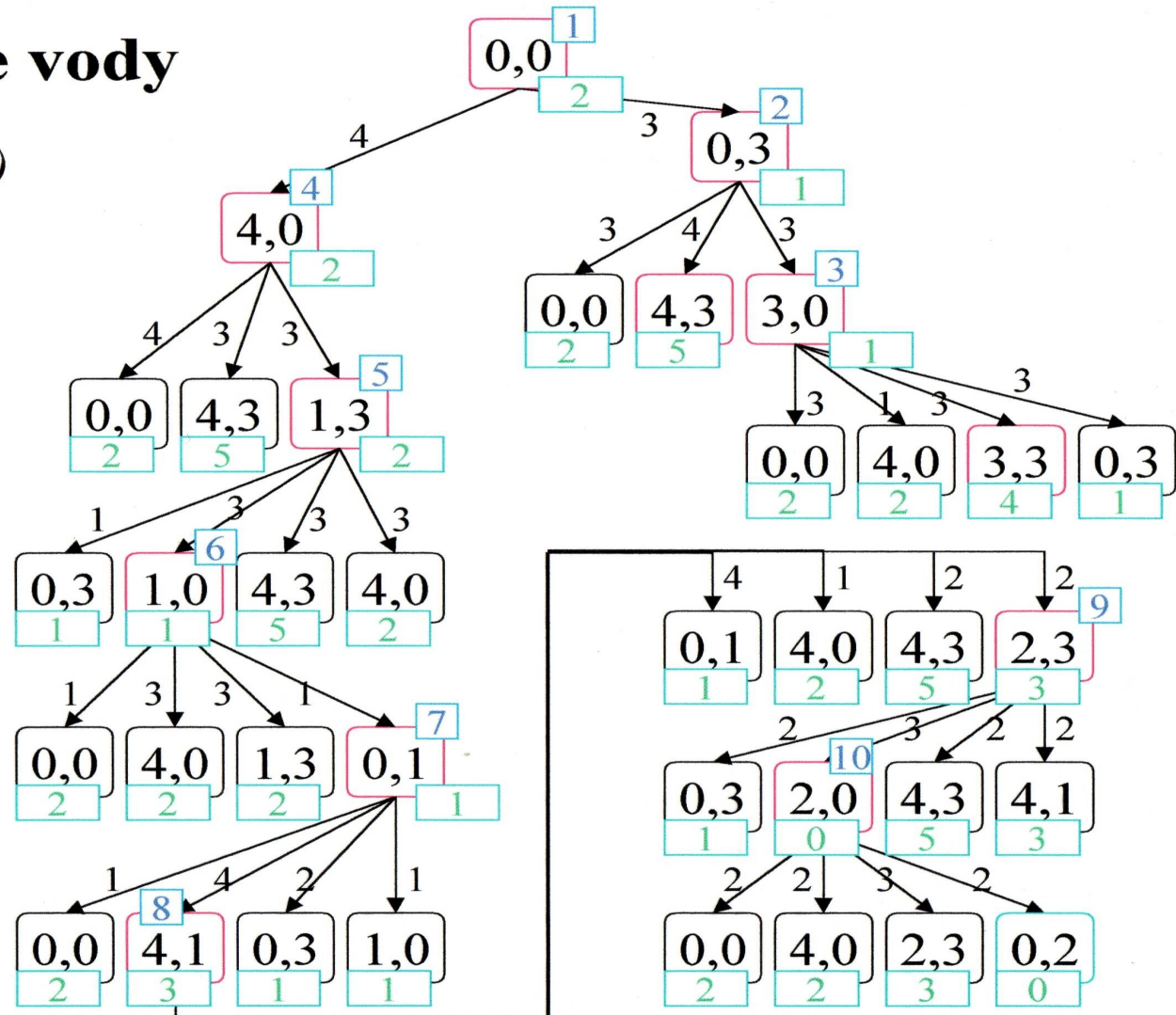
- Snaží sa expandovať uzol ktorý je najbližšie cieľu
- $h(X)$ je heuristická funkcia
 - Poskytuje odhad skutočnej (neznámej) vzdialenosti
 - Znalosť navyše k definícii problému → informovaná stratégia
- V každom kroku sa snaží dostať tak blízko cieľa ako to je len možné
 - Náchylné na falošné štarty
 - Pripomína depth-first (sleduje jednu cestu smerom k cieľu, ale vie preskočiť na inú cestu keď objaví slepý koniec)
- Výkon závisí od kvality heuristiky, ale vo všeobecnosti
 - nie je úplné (ak nekonečne dlho sleduje jednu cestu bez iných možností)
 - nie je optimálne
- Zložitosť (priestorová aj časová) je $O(b^m)$
 - kde b je faktor vetvenia a m je maximálna hĺbka stromu

Prelievanie vody - lačná stratégia

Prelievanie vody

$$f(v,m) = h1(v,m)$$

h1	0	1	2	3
0	2	1	0	1
1	1			2
2	0			3
3	1			4
4	2	3	4	5



Stratégia A*

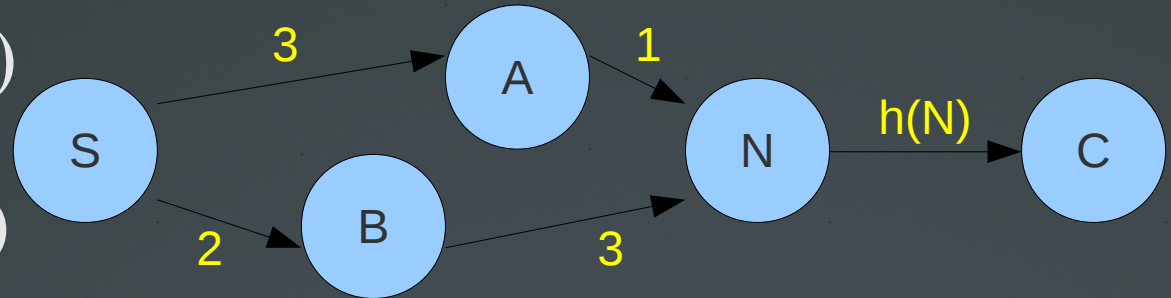
- Kombinuje
 - cenu dosiahnutia uzla (optimálnosť)
 - odhad cesty od uzla k cieľu (približovanie k cieľu)
 - odhad dĺžky cesty prechádzajúcej daným uzlom
- Stratégia je úplná a optimálna ak
 - $f > 0$ a nenadhodnocuje skutočnú dĺžku cesty
 - Ak g je skutočná dĺžka (cena každej hrany je zdola ohraničená kladným číslom), tak h nesmie nadhodnocovať vzdialenosť k cieľu
 - vtedy h je *prípustná*



Prípustnosť heuristiky h

- $A : f(N_A) = 4 + h(N)$

- $B : f(N_B) = 5 + h(N)$




- Nájdenie optimálnej cesty vyžaduje, aby uzol A bol expandovaný pred uzlom N
 - Ak nie, tak sa expanduje verzia N nájdená cez B. K tomu by muselo platiť
$$g(N_B) + h(N) < g(A) + h(A)$$
$$h(A) > g(B) + c(B,N) - g(A) + h(N) > c(A,N) + h(N)$$
 - h teda musí byť menšia alebo rovná skutočnej vzdialenosti k cieľu
- Konzistentnosť – pre každý uzol X a každého jeho nasledovníka Y platí trojuholníková nerovnosť $h(X) \leq \text{vzdial}(X,Y) + h(Y)$
 - Konzistentná funkcia je prípustná

Optimálnosť A*

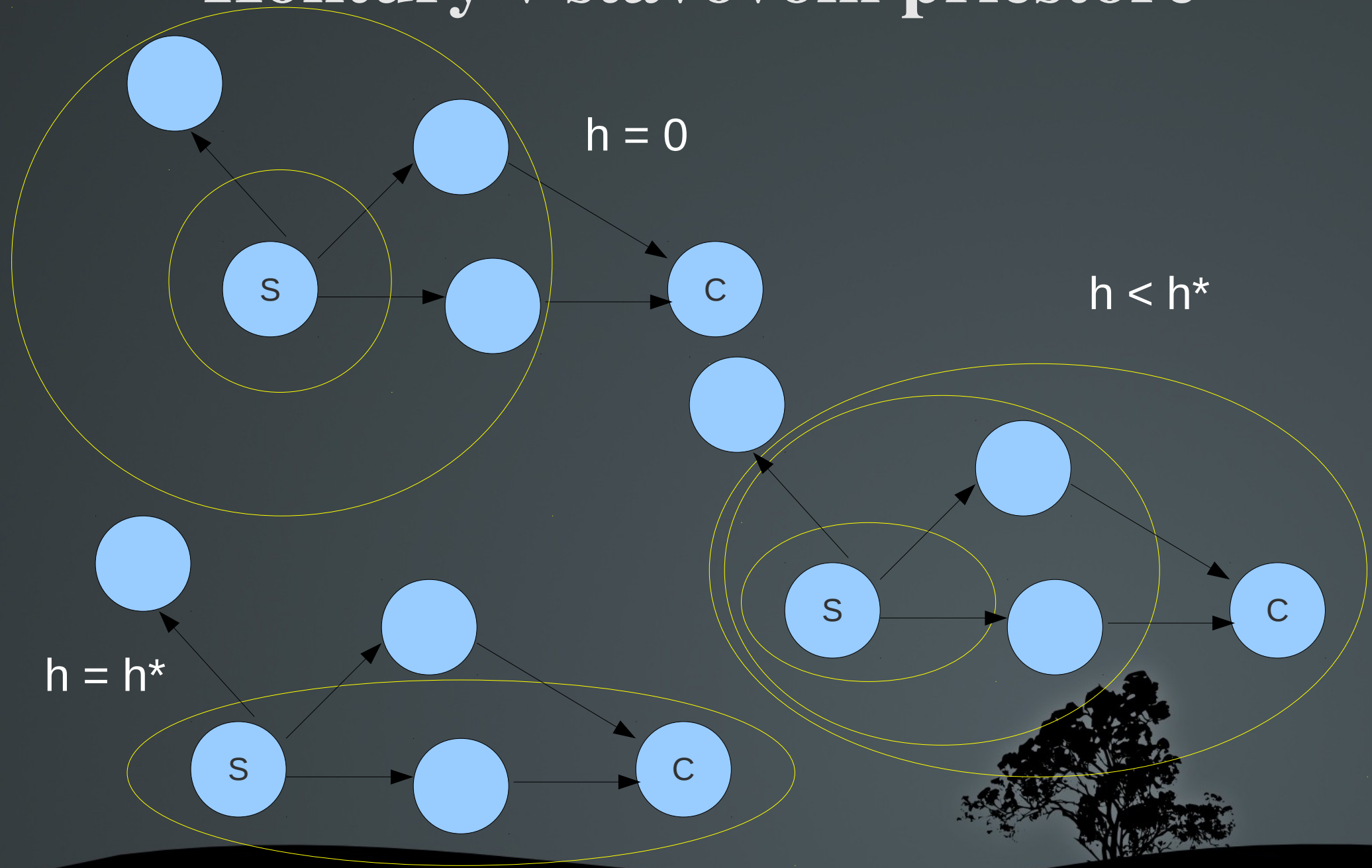
- Ak h je konzistentná, tak cena f je pozdĺž každej cesty neklesajúca. Ak Y je následník X , tak platí

$$f(Y) = g(Y) + h(Y) = g(X) + \text{vzdial}(X, Y) + h(Y) \geq g(X) + h(X) = f(X)$$

→ štarovací uzol má vždy najmenšiu hodnotu cenovej funkcie f

- A* je optimálny pre každú prípustnú heuristiku
 - Expanduje všetky uzly X pre ktoré $f(X) < C^*$ kde C^* je cena optimálnej cesty
 - Nebude expandovať žiadny uzol Y pre ktorý $f(Y) > C^*$
 - Žiadny iný optimálny algoritmus nemôže expandovať menej uzlov
 - Pri vynechaní uzla s cenou $f(X) < C^*$ môže vynechať optimálne riešenie
- 

Kontúry v stavovom priestore



Zložitosť A^*

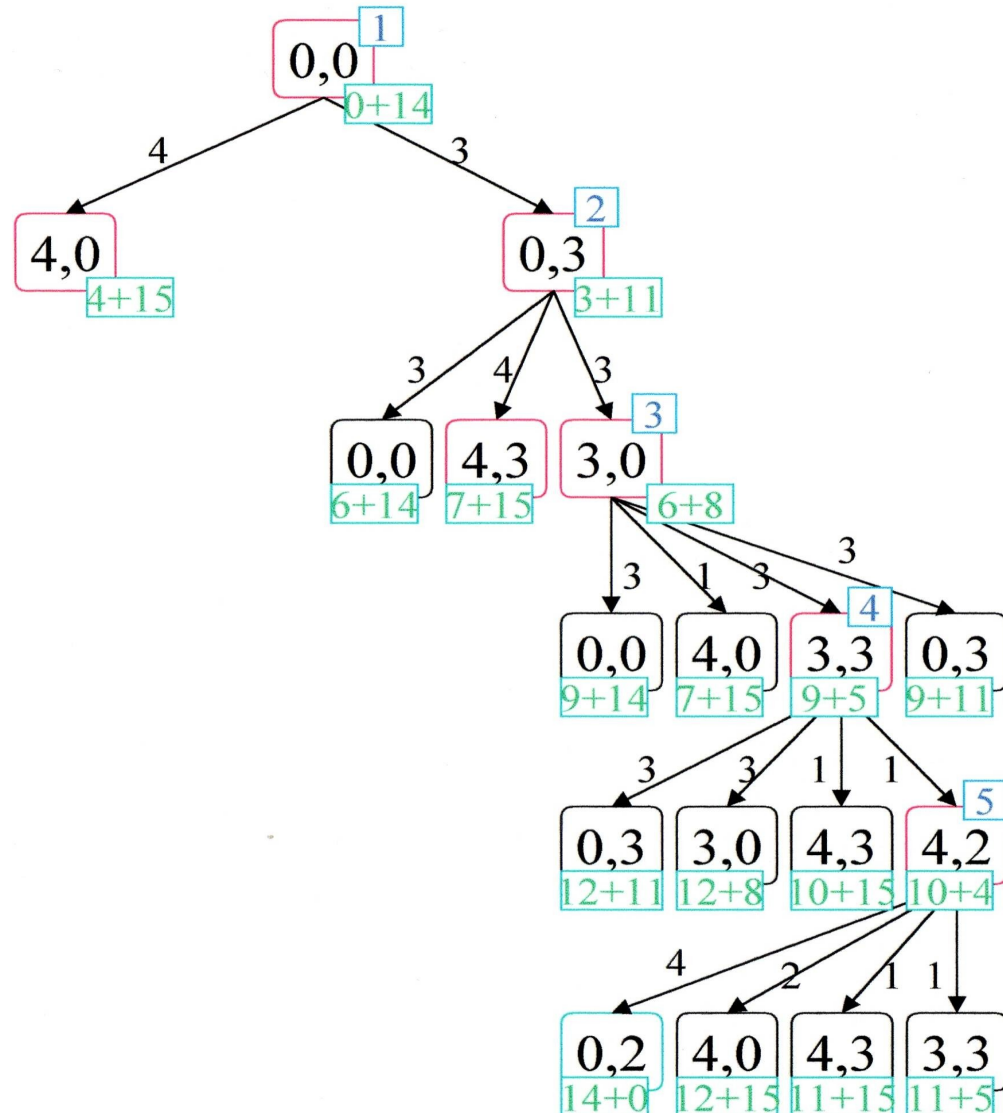
- Od použitej heuristiky závisí, koľko bude expandovaných takých uzlov, ktoré síce nie sú súčasťou riešenia, ale pre ktoré $f(X) < C^*$
 - Čím je chyba heuristiky menšia (je bližšie skutočnej hodnote h^*), tým je tých uzlov menej
 - Tento počet
 - Exponenciálne rastie s cenou riešenia (väčšina heuristík v praktickom použití)
 - Rastie pomalšie ako exponenciálne ak $|h^*(x) - h(x)| \leq O(\log h^*(x))$
 - Je nulový ak $h(x) = h^*(x)$
- Hľadanie suboptimálneho riešenia – použitie heuristiky ktorá je bližšie skutočnej hodnote h^* aj za cenu (občasného) nadhodnotenia (straty prípustnosti)

Prelievanie vody – A* (h=h*)

Prelievanie vody

$$f(v,m) = g(v,m) + h_p(v,m)$$

h_p	0	1	2	3
0	14	11	0	11
1	12			12
2	2			5
3	8			5
4	15	7	4	15



Prelievanie vody – A* ($h < h^*$)


- H1: Nutné prečerpať aspoň toľko, koľko chýba do cieľového stavu
 - $h_1(v,m) = | (v + m) - (0 + 2) |$
- H2: Keď je jedna z nádob prázdna, treba dočerpať aspoň do 3 litrov (obsah menšej nádoby). Keď sú obe plné, je potrebné aspoň menšiu vyprázdniť.
- H3: $h1 + h2$
- H4: Prečerpávanie do cieľového stavu, nádoby osobitne
 - $h_4(v,m) = | v - 0 | + | m - 2 |$
- H5: ???



Vytváranie heuristík

- *Kombinácia* prípustných heuristík (iba ak nie je medzi nimi vzťah dominantnosti)

$$h(X) = \max [h_1(X), \dots, h_n(X)]$$

- *Relaxovaný* problém má menej obmedzení ako pôvodný. Cena optimálneho riešenia relaxovaného je prípustnou heuristikou pôvodného (pôvodný je zložitejší, cena jeho riešenia je vyššia).
 - vhodné relaxy riešiteľné priamo bez prehľadávania
 - ABSOLVER (heuristika pre Rubikovu kocku)
 - Riešenie *subproblému* je dolným odhadom (treba vyriešiť subproblém a potom ešte doriešiť zvyšok)
- 

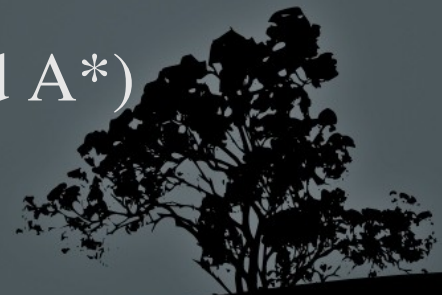
Hra 8 - relaxácia

- P: kocka môže z A na B ak A a B sú susedné a B je prázdne
- R1: kocka môže z A na B ak A a B sú susedné
 - h = suma vzdialeností kociek od ich cieľovej pozície (Manhattan distance)
- R2: kocka môže z A na B ak B je prázdne
- R3: kocka môže z A na B
 - h = počet zle položených kociek



Pamäťovo ohraničené prehľadávanie

- A^* zvyčajne zlyháva kvôli priestorovej zložitosti skôr ako kvôli časovej zložitosti
 - snaha znížiť pamäťovú zložitosť A^* aj za cenu vyššej časovej zložitosti
- Algoritmy
 - Beam search + A^* (limit veľkosti OPEN zoznamu)
 - IDA* (Iterative deepening A^*)
 - RBFS (Recursive best-first search)
 - SMA* (Simplified memory-bounded A^*)



IDA*

- Zníženie pamäťovej zložitosti - lineárna pamäť
- Vlastnosti
 - Prehľadáva iba časť priestoru vymedzenú kontúrou (danú limitom na hodnoty f)
 - V rámci kontúry používa prehľadávanie do hĺbky
 - Na začiatku je limit rovný $f(S)$
 - Po prehľadaní vnútra kontúry sa limit nahradí najmenšou hodnotou z hodnôt stavov mimo kontúry
- Čím viac uzlov je zaradených do prehľadávania pri prechode na novú kontúru, tým je efektívnejší
 - Nevhodný ak f kontinuálne rastie (pribudne iba 1 stav)

RBFS

- Zníženie pamäťovej zložitosti
 - štandardný best-first ale s lineárnou pamäťou
- Vlastnosti
 - Pamätá si expandované uzly iba pozdĺž aktuálnej cesty
 - V každom expandovanom uzle si pamätá hodnotu f druhej najlepšej alternatívy (buď to je jeho súrodenec alebo uzol vyššie v strome hľadania)
 - Pri zabúdaní sa hodnota uzla nastaví na najlepšiu hodnotu jeho potomkov



SMA*

- Dokáže zužitkovať všetkou dostupnú pamäť
- Vlastnosti
 - Pokiaľ má pamäť, postupne expanduje najlepšie uzly
 - Po vyčerpaní pamäte
 - Na to aby mohol pridať nový uzol do stromu hľadania, zabudne najhorší listový uzol
 - Hodnota zabudnutého uzla sa pamätá v rodičovi
 - Uzol si pamätá ako je užitočné pokračovať z neho ďalej
 - Podstrom je regenerovaný iba ak všetky ostatné cesty sa ukázali horšími ako cesta ktorá bola zabudnutá

Zvýšenie výkonnosti hľadania

- Snaha zvýšiť výkonnosť prehľadávania aj za cenu obety optimálneho riešenia
- Algoritmy
 - Použitie heuristiky h ktorá lepšie aproximuje h^* avšak nie je prípustná
 - Vyber na expanziu uzol, ktorého f je maximálne $(1+a)$ násobkom najmenej hodnoty v zozname OPEN
 - Snahou je minimalizácia prehľadávacieho úsilia (kritériom napr. minimálna h hodnota)
 - Dynamické váženie
 - IDA* - zvyšovanie limitu o pevný inkrement ϵ

Dynamické váženie

- Cenová funkcia $f(X) = g(X) + w(X) * h(X)$; $w \geq 1$
- Na začiatku je dôležitejšie sa rýchlo niekam dostať (viac sa zohľadňuje vzdialenosť k cieľu), neskôr je dôležitejšie dostať sa k cieľu
 - Pri priblížení sa k cieľu by sa mala váha znižovať aby sa viac prejavovala skutočná cena
- Ak h je prípustná heuristika a použije sa tvar
$$g(X) + h(X) + a * (1 - \text{depth}(X)/N) * h(X)$$
 tak cena nájdeného riešenia bude maximálne $(1+a)$ násobkom ceny optimálneho riešenia