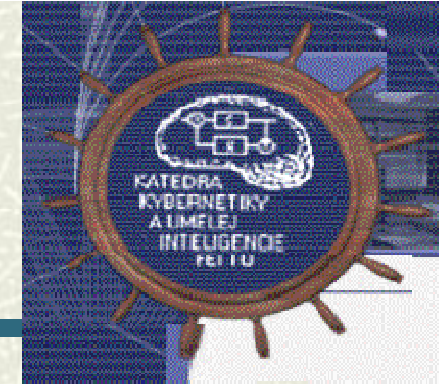


Heuristické optimalizačné procesy



Základy pravdepodobnosti

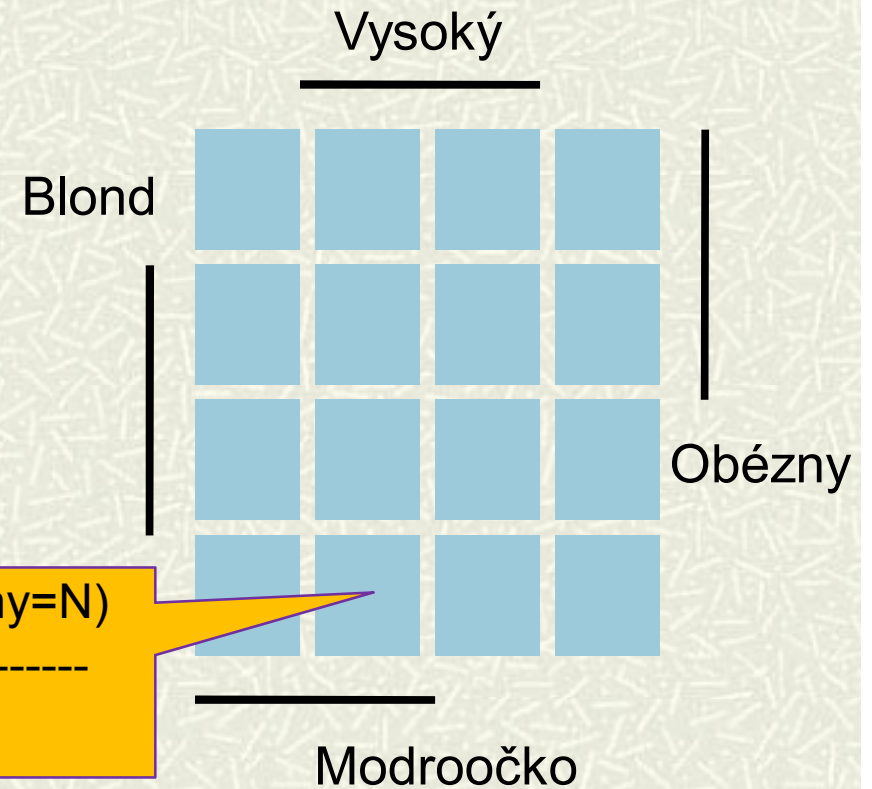
Marian.Mach@tuke.sk

<http://people.tuke.sk/marian.mach>

November, 2020

Určenie pravdepodobnosti

Vysoký	Blond	Modro očko	Obézny
A	A	A	A
N	N	A	N
N	N	N	A
...



Počet(Vysoký=A,Blond=N,Modroočko=A,Obézny=N)

Počet(všetky osoby)

Združená distribúcia pravdepodobnosti

Základná distribúcia

ostatné sa z nej odvodzajú

Uvažujú sa jednotlivé polia (všetky premenné)

$$p(V=., B=., M=., O=.)$$

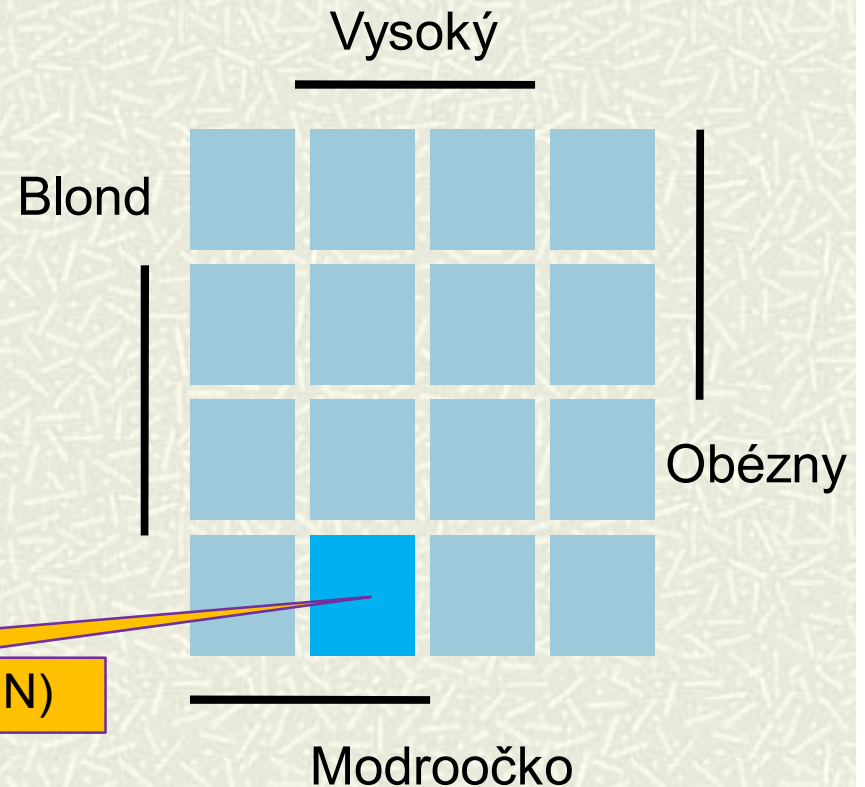
Počet prvkov distribúcie

$$2^4 = 16$$

$$p(\text{Vysoký}=A, \text{Blond}=N, \text{Modroočko}=A, \text{Obézny}=N)$$

Platí

$$\sum_V \sum_B \sum_M \sum_O p(V, B, M, O) = 1$$



Marginálna distribúcia pravdepodobnosti

Uvažujú sa oblasti polí (bez niektorých premenných)

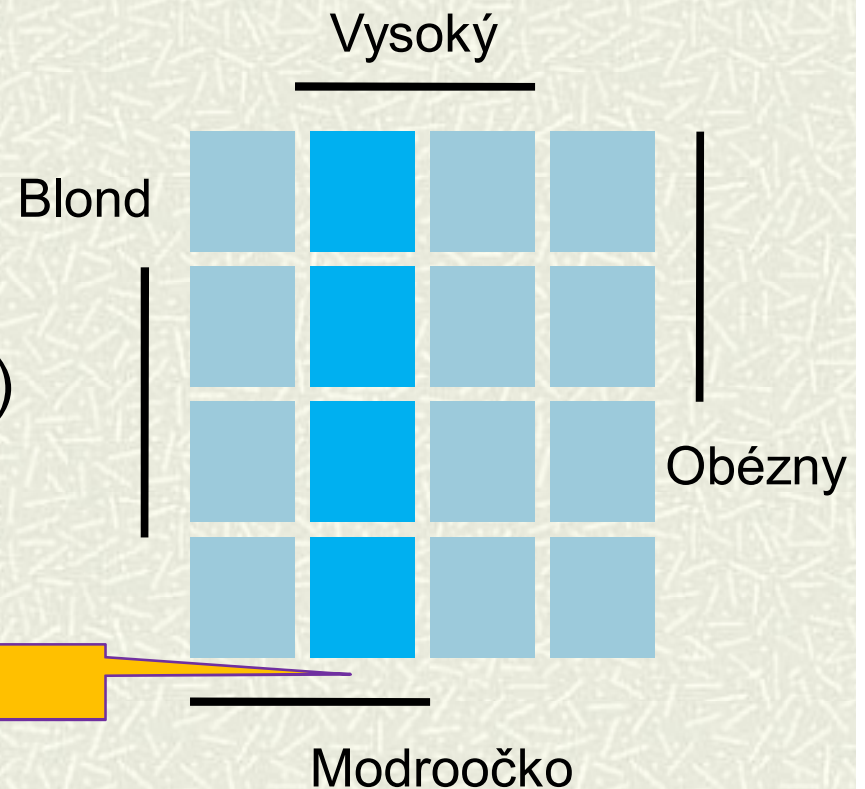
Marginalizácia

$$p(V=.,M=.) = \sum_B \sum_O p(V=.,B,M=.,O)$$

Marginálna distribúcia má znížený počet prvkov

$$p(\text{Vysoký}=A, \text{Modročko}=A)$$

Platí $\sum_V \sum_M p(V,M) = 1$



Podmienená distribúcia pravdepodobnosti

Uvažujú sa oblasti polí v oblastiach polí

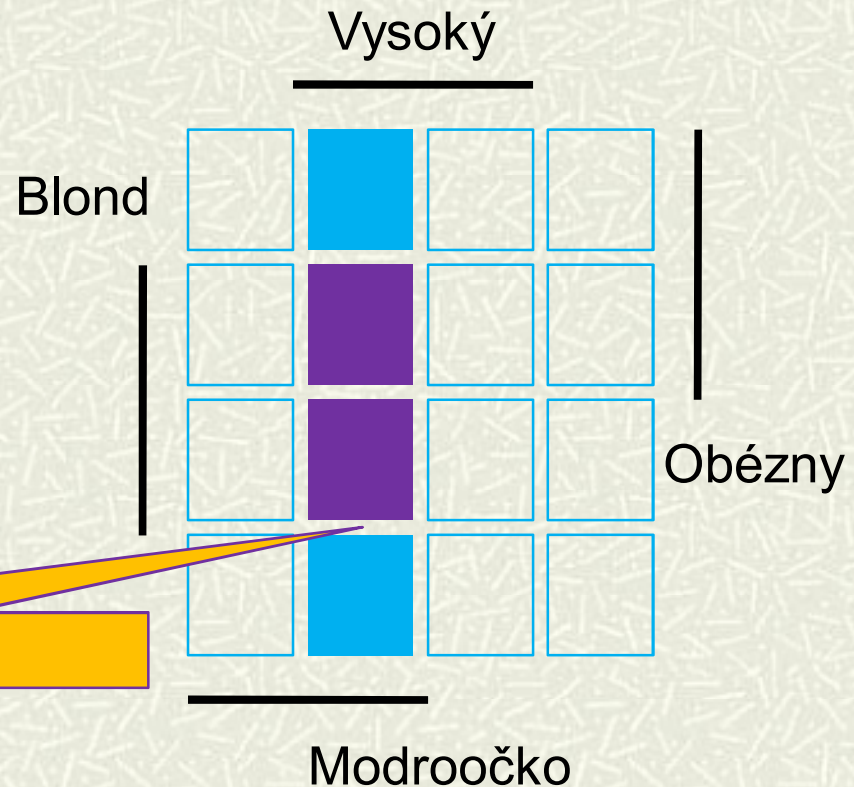
Marginalizácia + normalizácia

$$\begin{aligned}
 p(B=.,V=.,M=.) \\
 &= p(V=.,B=.,M=.) / p(V=.,M=.) \\
 &= \sum_O p(V=.,B=.,M=.,O) / \\
 &\quad \sum_B \sum_O p(V=.,B,M=.,O)
 \end{aligned}$$

$$p(\text{Blond}=A \mid \text{Vysoký}=A, \text{Modročko}=A)$$

Platí $\sum_B p(B|V=.,M=.) = 1$

$$\begin{aligned}
 p(V=.,B=.,M=.) = \\
 p(B=.|V=.,M=.) p(V=.,M=.)
 \end{aligned}$$



Nezávislosť premenných

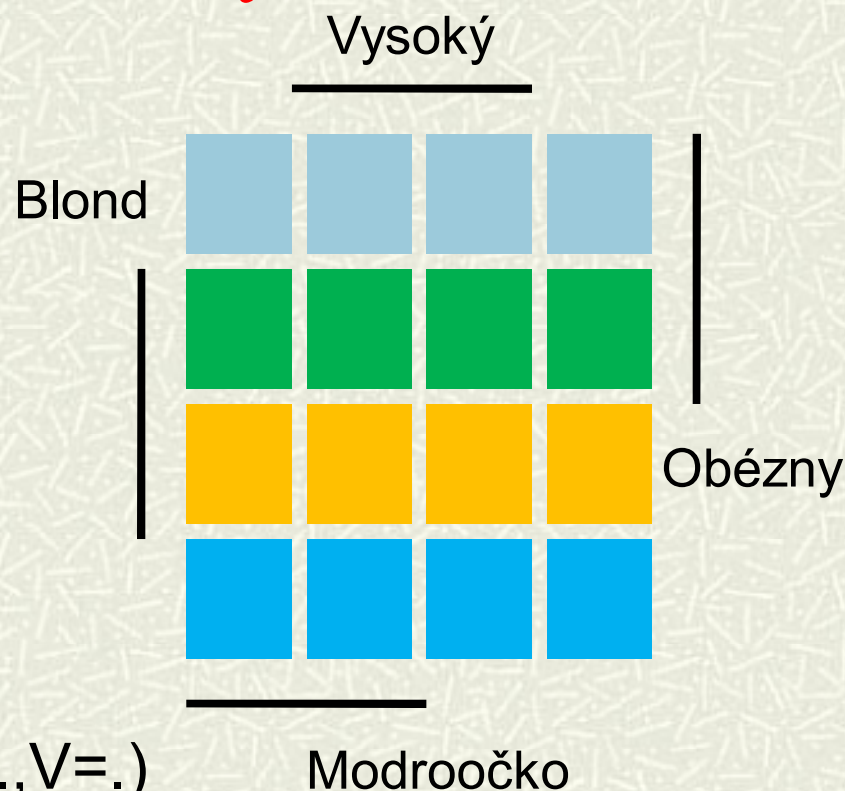
- # Nezávislosť M a V od B a O
 - # distribúcia $p(M, V)$ nezávisí od hodnôt B a O
 - # rovnaká pre každú kombináciu hodnôt B a O

Platí

$$p(M=., V=.|B=., O=.) = p(M=., V=.)$$

Dôsledok

$$\begin{aligned} p(A, B) &= p(A|B) p(B) = p(B|A) p(A) \\ &= p(A) p(B) \end{aligned}$$



Faktorizácia združenej distribúcie

- # Rozloženie na menšie distribúcie
- # Spätne získaná združená distribúcia násobením menších distribúcií

$$p(A,B,C) = p(A)p(B)p(C)$$



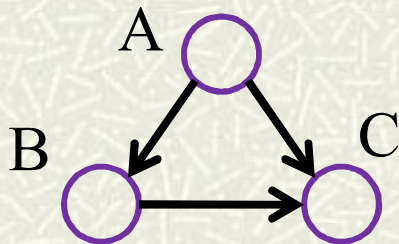
$$p(A,B) = p(A)p(B)$$



$$p(A,B) = p(A)p(B|A)$$

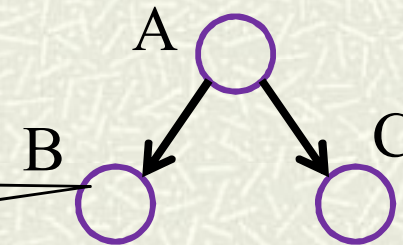


$$p(A,B) = p(A|B)p(B)$$



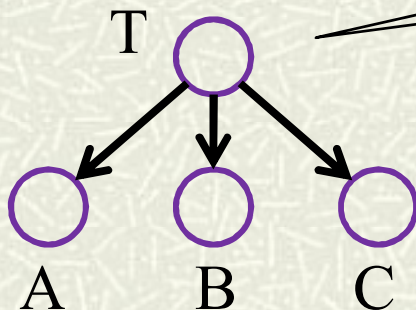
$$p(A,B,C) = p(A)p(B|A)p(C|A)$$

$$p(A,B,C) = p(A)p(B|A)p(C|A,B)$$



Naivný Bayesov klasifikátor

$$p(A,B,C,T) = p(A|T)p(B|T)p(C|T)p(T)$$



$$\operatorname{argmax}_T p(T) \prod_{X=A,B,C} p(X|T)$$

$$p(T|A,B,C) = p(A,B,C,T) / p(A,B,C)$$

=

$$p(A|T)p(B|T)p(C|T)p(T)$$

$$\frac{\sum_T p(A,B,C,T)}{\sum_T p(T) \prod_{X=A,B,C} p(X|T)}$$

=

$$\prod_{X=A,B,C} p(X|T)$$

p(T)

$$\sum_T p(T) \prod_{X=A,B,C} p(X|T)$$