



Heuristické optimalizačné procesy



Prototypové problémy

Marian.Mach@tuke.sk

<http://neuron.tuke.sk/~machm>

Február, 2013

SAT – problém splniteľnosti

- je daná formula vo výrokovej logike
- riešením je mapovanie logických hodnôt na výrokové premenné, pri ktorom je formula považovaná za pravdivú
- prototyp kombinatorického *priradzovania*

SAT – formálne vyjadrenie

- syntax

- konštanty: $C = \{\top, \perp\}$
- premenné: $V = \{x_i \mid i = 1, \dots, n\}$
- operátory: $O = \{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$
- tvorba formúl
 - $\top, \perp, x_i, \neg F, F1 \wedge F2, F1 \vee F2$

- sémantika (*pri mapovaní a*)

- $\text{Val}(\top, a) = \top, \text{Val}(x_i, a) = a(x_i), \text{Val}(\neg F, a) = \neg \text{Val}(F, a)$
- model formuly
- CNF = ekvivalencia/reštrikcia

- k-CNF

SAT - charakteristika

- veľkosť inštancie: n (počet premenných)
- veľkosť priestoru:
 - 2^n kandidátov = úplné priradenie
 - 3^n kandidátov = úplné aj parciálne priradenie
- typ problému
 - rozhodovací problém
 - hľadací variant = hľadanie modelu
 - počet podmienok: 1, viac
 - optimalizačný problém – tvar MAXSAT

SAT - príklad

• $F =$

$$(\neg x_1 \vee x_2)$$

$$\wedge (\neg x_2 \vee x_1)$$

$$\wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3)$$

$$\wedge (x_1 \vee x_2)$$

$$\wedge (\neg x_4 \vee x_3)$$

$$\wedge (\neg x_5 \vee x_3)$$

TSP – problém obchodného cestujúceho

- interpretácia: predstava obchodného cestujúceho
- abstraktná formulácia:
 - daný graf s váženými hranami
 - orientovaný – asymetrický TSP
 - neorientovaný – symetrický TSP
 - úlohou je nájsť Hamiltonovský cyklus s minimálnou váhou
- prototyp kombinatorického *usporiadania*

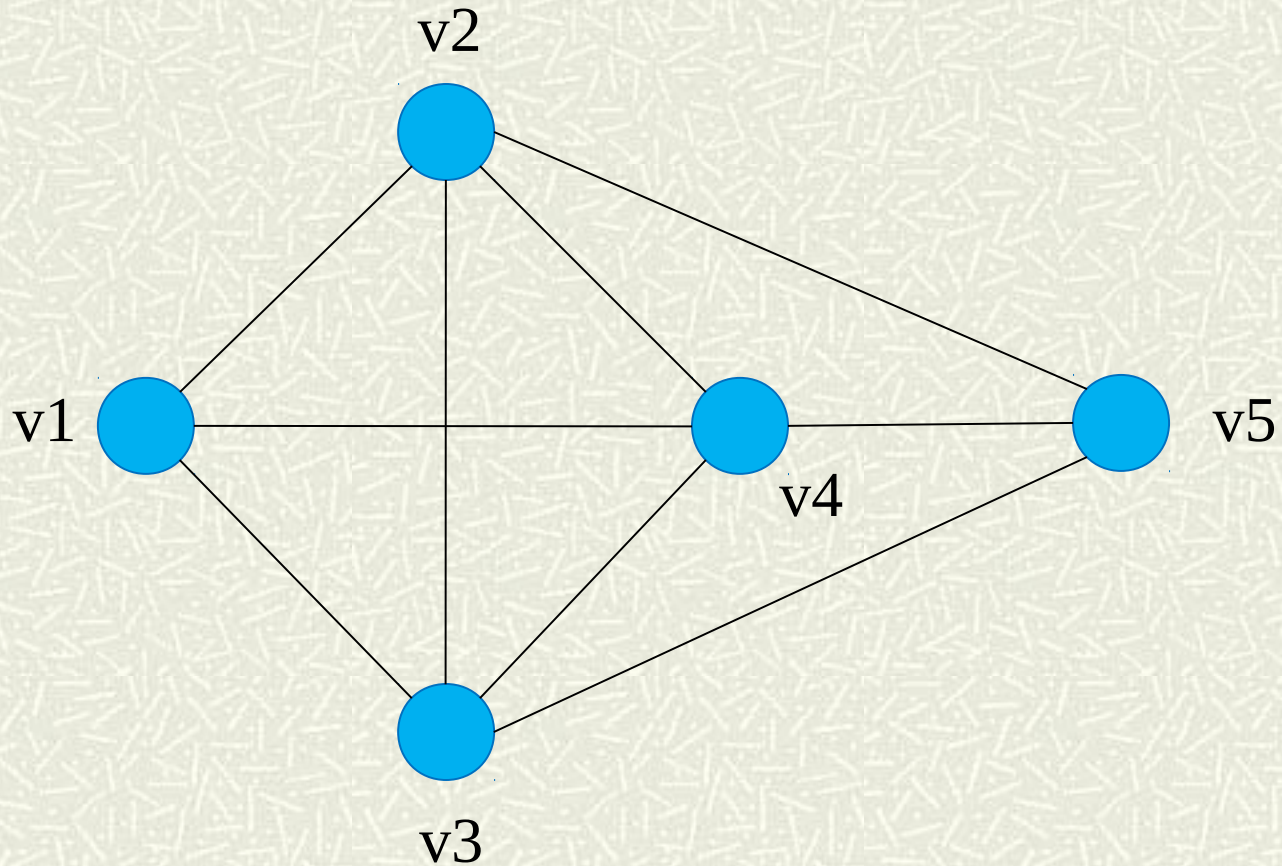
TSP – formálne vyjadrenie

- hranovo vážený graf $G = \{V, E, w\}$
 - $E =$ podmnožina $V \times V$
 - $w: E \rightarrow \mathbb{R}^+$
- cesta
 - (v_1, v_2, \dots, v_k)
 - cyklus, Hamiltonovský cyklus
- váha cesty
 - $w(v_1, v_2, \dots, v_k) = w(v_1, v_2) + \dots + w(v_{k-1}, v_k)$
- kompletnosť grafu
 - nekompletný \rightarrow kompletný

TSP - charakteristika

- veľkosť inštancie: n (počet vrcholov)
- veľkosť priestoru:
 - $n! / 2n$ (pre úplný graf)
- typ problému
 - kombinovaný problém
 - cieľová funkcia – dĺžka cyklickej cesty
 - podmienka – cyklus je Hamiltonovský

TSP - príklad



GC – farbenie grafov

- abstraktná formulácia:
 - daný neorientovaný graf
 - úlohou je zafarbiť každý uzol jednou farbou tak, aby dva uzly, spojené hranou, boli zafarbené rôznymi farbami
- prototyp kombinatorického *zoskupovania*

GC – formálne vyjadrenie

- hranovo neorientovaný graf $G = \{V, E\}$
 - $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
 - $E =$ podmnožina $V \times V$
- mapovanie
 - $a: V \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}, k < n$
 - (u, v) je z $V \rightarrow a(u) \neq a(v)$
- riešenia s permutovanými farbami sú izomorfnými riešeniami

GC - charakteristika

- veľkosť inštancie: n (počet vrcholov)
- veľkosť priestoru:
 - k^n (k = maximálny možný počet farieb)
- typ problému
 - rozhodovací – k -farbenie
 - podmienka – rôznosť farieb susedných vrcholov
 - kombinovaný – nájsť chromatické číslo
 - cieľová funkcia – počet použitých farieb
 - podmienka – rôznosť farieb susedných vrcholov

GC - príklad

