

Modelovanie úloh vo výrokovovej logike

(Aplikácia logiky v inteligentných systémoch)

M. Mach

Katedra kybernetiky a umelej inteligencie, FEI, TUKE

november 2020

Riešenie úlohy použitím splniteľnosti

- Reprezentácia úlohy pomocou vety vo výrokovvej logike,
- Prekódovanie logickej vety,
- Hľadanie modelu logickej vety.

Logické modelovanie úlohy

vstup: úloha U v ľubovoľnom (napr. slovnom) tvare
výstup: logická veta F reprezentujúca úlohu

1. $(\mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C}) := \textit{návrh_premenných_a_podmienok}(U)$
2. $(S_1, F_1) := \textit{kódovanie_premenných}(\mathcal{V})$
3. $(S_2, F_2) := \textit{kódovanie_podmienok}(\mathcal{C})$
4. $(S, F) := \textit{úprava_na_CNF}(S_1 \cup S_2, F_1 \wedge F_2)$

Premenné s binárnymi doménami

- Návrh
 - kombinovaním prvkov množín, v najjednoduchšom prípade z každej množiny sa vyberie po jednom prvku,
 - kombinovaním prvkov vybraných z jednej množiny.
- Kódovanie
 - každá premenná reprezentovaná jedným symbolom
 - symboly do S_1 , F_1 prázdna

Premenné s viacárnymi doménami

- Návrh
 - prebratie premennej z definície úlohy
 - kombinovaním prvkov vybraných z dvoch množín.
- Kódovanie
 - každá premenná reprezentovaná viacerými symbolmi
 - priame kódovanie premennej
 - logaritmické kódovanie premennej
 - sekvenčné kódovanie premennej
 - symboly do S_1 , dodatočné podmienky do F_1

Priame kódovanie premennej

- premenná \mathcal{V} s doménou $\{H_1, H_2, H_3, H_4, H_5\}$
- počet použitých symbolov: 5
- symboly Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5
- $\mathcal{V} = H_2$ kódované pomocou Y_2
- dodatočné ohraničenia
 - premenná musí nadobudnúť práve jednu hodnotu
 - $\leq_1 (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5)$
 - $\geq_1 (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5)$

Logaritmické kódovanie

	X_1	X_2	X_3
H_1	FALSE	FALSE	FALSE
H_2	FALSE	FALSE	TRUE
H_3	FALSE	TRUE	FALSE
H_4	FALSE	TRUE	TRUE
H_5	TRUE	FALSE	FALSE

	X_1	X_2	X_3
H_1	FALSE	FALSE	FALSE
H_2	FALSE	FALSE	TRUE
H_3	FALSE	TRUE	
H_4	TRUE	FALSE	
H_5	TRUE	TRUE	

- optimalizované (niekedy použitých menej symbolov, neexistuje nedovolená kombinácia)
- neoptimalizované (vždy všetky symboly použité, niektoré kombinácie nedovolené)

Logaritmické kódovanie premennej

- premenná \mathcal{V} s doménou $\{H_1, H_2, H_3, H_4, H_5\}$
- počet použitých symbolov: $\lceil \log_2 5 \rceil = 3$
- symboly Y_1, Y_2, Y_3
- $\mathcal{V} = H_2$ kódované pomocou $\neg Y_1 \wedge \neg Y_2 \wedge Y_3$
- dodatočné ohraničenia
 - optimalizovaná forma: –
 - neoptimalizovaná forma
 - premenná musí nadobudnúť aspoň jednu hodnotu (nesmie byť nepoužitá kombinácia symbolov)
 - $(\neg Y_1 \wedge \neg Y_2 \wedge \neg Y_3) \vee (\neg Y_1 \wedge \neg Y_2 \wedge Y_3) \vee (\neg Y_1 \wedge Y_2 \wedge \neg Y_3) \vee (\neg Y_1 \wedge Y_2 \wedge Y_3) \vee (Y_1 \wedge \neg Y_2 \wedge \neg Y_3)$

Sekvenčné kódovanie premennej

- premenná \mathcal{V} s doménou $\{H_1, H_2, H_3, H_4, H_5\}$
- počet použitých symbolov: $5 - 1 = 4$
- symboly Y_1, Y_2, Y_3, Y_4
- $\mathcal{V} = H_3$ kódované pomocou $Y_1 \wedge Y_2 \wedge \neg Y_3 \wedge \neg Y_4$
- kódy hodnôt: FFFF TFFF TTFF TTTT TTTT
- dodatočné ohraničenia
 - skrátené kódovanie
 - $\mathcal{V} = H_3$ kódované pomocou $Y_2 \wedge \neg Y_3$ (TTFF)
 - $\mathcal{V} \leq H_3$ kódované pomocou $\neg Y_3$ (??FF)
 - $\mathcal{V} \geq H_3$ kódované pomocou Y_2 (TT??)
 - automatické doplnenie interpretácie Y_1, Y_4
 - za FALSE nemôže nasledovať TRUE
 - $(X_1 \vee \neg X_2) \wedge (X_2 \vee \neg X_3) \wedge (X_3 \vee \neg X_4)$

Kardinalitné ohraňčenia binomicky

- $\leq_1 (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)$
 - $(\neg Y_1 \vee \neg Y_2) \wedge (\neg Y_1 \vee \neg Y_3) \wedge (\neg Y_1 \vee \neg Y_4) \wedge (\neg Y_2 \vee \neg Y_3) \wedge (\neg Y_2 \vee \neg Y_4) \wedge (\neg Y_3 \vee \neg Y_4)$
- $\leq_2 (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)$
 - $(\neg Y_1 \vee \neg Y_2 \vee \neg Y_3) \wedge (\neg Y_1 \vee \neg Y_2 \vee \neg Y_4) \wedge (\neg Y_1 \vee \neg Y_3 \vee \neg Y_4) \wedge (\neg Y_2 \vee \neg Y_3 \vee \neg Y_4)$
- $\geq_2 (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)$
 - $(Y_1 \vee Y_2 \vee Y_3) \wedge (Y_1 \vee Y_2 \vee Y_4) \wedge (Y_1 \vee Y_3 \vee Y_4) \wedge (Y_2 \vee Y_3 \vee Y_4)$
- $\geq_1 (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)$
 - $(Y_1 \vee Y_2 \vee Y_3 \vee Y_4)$

Vybrané problémy modelovania

- Redundancia podmienok
 - minimálna množina podmienok
- Symetria
 - rušenie symetrie usporiadaním
 - zavedenie redundancie
- Pseudo Booleove ohraničenia
 - $=_2 (X_1, X_2, X_3, X_4) \equiv X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 2$
 - $4X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 7X_4 + X_5 \leq 5$