

Hľadanie SMT modelu včasnou kontrolou

(Aplikácia logiky v inteligentných systémoch)

M. Mach

Katedra kybernetiky a umelej inteligencie, FEI, TUKE

október 2020 - október 2025

Princíp včasnej kontroly

- Veta je transformovaná do tvaru CNF, pričom tá
 - neobsahuje atómy
 - obsahuje dodatočné symboly a podmienky nad nimi, ktoré zastupujú **atómy** aj použitú **teóriu** (axiómy danej teórie)
- Výsledná CNF je
 - voči pôvodnej vete ekvivalentná
 - riešiteľná štandardným SAT solverom
 - ak solver nájde výrokový model vety, tak tento bude súčasne aj $\mathcal{T}$ -splniteľný (zabezpečené symbolmi zastupujúcimi teóriu)
- Každá teória $\mathcal{T}$ vyžaduje ad-hoc transformácie, ktoré nie sú prenositeľné na inú teóriu

Kódovanie RL - štruktúra vety

- Rozdielová logika - atómy majú tvar $X - Y \bowtie c$
- Každý atóm $X - Y \bowtie c$ sa transformuje na tvar $X \geq Y + c$ alebo $X > Y + c$
 - $X - Y \geq | > c \rightarrow X \geq | > Y + c$
 - $Y - X \leq | < c \rightarrow X \geq | > Y - c$
- Kódovanie štruktúry vety **skeletonom**
 - každý atóm sa nahradí jedinečným symbolom, reprezentujúcim daný atóm
 - atóm $X \geq Y + c$ kódovaný symbolom s_{XY}^c
 - symbol bude interpretovaný ako pravdivý ak premenné atómu spĺňajú podmienku nerovnosti
 - ak sa atóm vo vete vyskytuje viackrát, reprezentujúci symbol sa použije tiež viackrát
- Skeleton vyjadruje logickú štruktúru vety

Kódovanie RL - eliminácia premenných

- Vytvorí sa
 - zoznam premenných použitých vo vete
 - neredundantný zoznam atómov z vety bez reflexie štruktúry vety
- Iteračná analýza premenných zo zoznamu
 - výber premennej
 - analýza atómov s danou premennou z hľadiska modulovej teórie
 - generovanie nových ohraničení (vyplývajúcich z axióm modulovej teórie)
 - generovanie nových atómov (implicitne vyplývajúcich z explicitne reprezentovaných atómov)
 - vypustenie premennej aj jej atómov zo zoznamov
- Pre nové atómy sa vytvoria nové symboly
- Štruktúra nových ohraničení sa zakóduje skeletonom

Algoritmus kódovania rozdielovej logiky

vstup: veta F_a nad atómami (a symbolmi) rozdielovej logiky

výstup: veta F_s nad symbolmi

1. $F_{skel} = generovanie_skeletonu(F_a)$
2. $F_{ohr} = \top$
3. $ZP = zoznam_premennych(F_a)$
4. $ZA = zoznam_atomov(F_a)$
5. **foreach** $V \in ZP$ **do**
6. $O = generuj_ohranicenia(V, ZA)$
7. $ZA = ZA \wedge nove_atomy(O)$
8. $ZA = vypusti_premennu(V, ZA)$
9. $F_{ohr} = F_{ohr} \wedge generovanie_skeletonu(O)$
10. $F_s = F_{skel} \wedge F_{ohr}$

Axiómy RL - tranzitívnosť

$$\frac{X \geq Y + c_1 \quad Y \geq Z + c_2}{X \geq Z + c_3}$$

pre $c_3 = c_1 + c_2$

- Vypustením atómov $X \geq Y + c_1$ a $Y \geq Z + c_2$ by sa stratila informácia o vzťahu premenných X a Z
- Nový atóm $X \geq Z + c_3$
 - ak ešte nie je v zozname atómov tak sa tam pridá a vznikne nový reprezentačný symbol s_{XZ}^{c3}

- Nové ohraničenie
 $(X \geq Y + c_1) \wedge (Y \geq Z + c_2) \rightarrow (X \geq Z + c_3)$
bude kódované skeletonom

$$\neg s_{XY}^{c1} \vee \neg s_{YZ}^{c2} \vee s_{XZ}^{c3}$$

Axiómy RL - neprotirečivosť

$$\frac{X \geq Y + c_1 \quad Y \geq X + c_2}{0 \geq c_1 + c_2}$$

- Dvojstranný vzťah medzi dvojicou premenných
- Ak podmienka $0 \geq c_1 + c_2$
 - platí, potom oba atómy sú prípustné a nie je potrebné nič nové generovať
 - neplatí, potom je prípustný iba jeden z atómov
- V prípade neprípustnosti sa pridá nové ohraničenie
 $\neg((X \geq Y + c_1) \wedge (Y \geq X + c_2))$
kódované skeletoom

$$\neg s_{XY}^{c_1} \vee \neg s_{YX}^{c_2}$$

Axiómy RL - viacnásobnosť

$$X \geq Y + c_1 \quad X \geq Y + c_2$$

pre $c_1 \neq c_2$

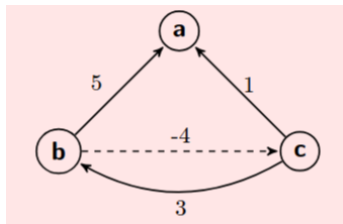
- Viacnásobné vyjadrenie vzťahu medzi dvomi premennými
- Platnosť jedného atómu implikuje platnosť druhého
- V prípade $c_1 > c_2$ sa pridá nové ohraničenie
 $(X \geq Y + c_1) \rightarrow (X \geq Y + c_2)$
kódované skeletonom

$$\neg s_{XY}^{c_1} \vee s_{XY}^{c_2}$$

Nájdenie hodnôt premenných

- SAT solver interpretuje skeleton pôvodného výrazu a generovaných ohraničení
 - nájdený výrokový model je splniteľný aj $\mathcal{T}$ -splniteľný (nie je potrebné $\mathcal{T}$ -splniteľnosť osobitne testovať)
 - pravdivé symboly $\rightarrow$ pravdivé atómy
- Zoznam pravdivých atómov
 - každý atóm vyjadruje ohraničenie nad hodnotami dvojice premenných
 - zjednodušenie - atómy reprezentujúce redundantné ohraničenia môžu byť eliminované
 - z ohraničení nad dvojicou premenných sa ponechá iba to najprísnejšie
 - vytvorenie grafu ohraničení
 - postupné priradzovanie hodnôt premenným

Graf ohraničení



- hrana napríklad z uzla b do uzla a reprezentuje ohraničenie $b \geq a + 5$
- plná hrana reprezentuje $\geq$, čiarkovaná hrana reprezentuje $>$
- Podmienka existencie riešenia - neexistencia slučky s kladným súčtom váh jej hrán